

13. Logaritmické funkce a rovnice

1. Určete definiční obory funkcí:

a) $f: y = \log_2(x - 5)$

d) $g: y = \log_{0,5}(-x)$

b) $h: y = \log \sqrt{x+2}$

e) $k: y = \log \left(\frac{-3}{x+1} \right)$

c) $l: y = \log(9 - x^2)$

f) $m: y = \log \left(\frac{1-x}{1+x} - 1 \right)$

2. Sestrojte grafy funkcí:

a) $y = \log_3(-x)$

d) $y = \left| 1 + \log_{\frac{1}{2}} x \right|$

b) $y = \log_{\frac{1}{3}}(1-x)$

e) $y = \left| \log_{\frac{1}{2}} x \right|$

c) $y = -\log_2 x$

f) $y = |\log(x+3) - 3|$

Určete definiční obor, obor hodnot, intervaly růstu a klesání.

3. Určete x , jestliže platí:

a) $\log_2 8 = x$

b) $\log_3 \frac{1}{3} = x$

c) $\log_5 \sqrt{125} = x$

d) $\log_5 \frac{1}{4} = x$

e) $\log 10^6 = x$

f) $\log 0,01 = x$

g) $\log \sqrt[3]{100} = x$

h) $\log \frac{1}{\sqrt{10}} = x$

4. Určete x , jestliže platí:

a) $\log_2 x = 3$

b) $\log x = -2$

c) $\log_8 x = \frac{2}{3}$

d) $\log_4 x = -\frac{3}{2}$

5. Určete x , jestliže platí:

a) $\log_x 16 = 2$

b) $\log_x \frac{1}{27} = -3$

c) $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$

d) $\log_x \frac{1}{4} = -\frac{2}{3}$

6. Určete hodnoty následujících výrazů:

a) $2 \cdot \log_5 25 + 3 \cdot \log_2 64 + \log_3 \frac{1}{9}$

b) $2 \cdot \log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_3 3$

c) $(\log 0,1 + 3 \cdot \log \sqrt{10}) \cdot \log 100$

7. Logaritmujte následující výrazy:

a) $x = 2ab$ b) $x = \frac{ab}{c}$ c) $x = a^2bc^3$ d) $x = \frac{a^5b^2}{c^4}$ e) $x = 2b\sqrt{ac}$
f) $x = 2(a + b)$

8. Řešte logaritmické rovnice pro $x \in R$:

a) $\log(x + 3) + \log(x - 2) = 2 - \log 2$

b) $\log \sqrt{3x + 4} - \log \sqrt{7x - 3} = 1 + \log \sqrt{0,11}$

c) $\log(x^2) \cdot \log \sqrt{x} - \log \frac{1}{x} = 2$

d) $\frac{1}{\log x + 1} + \frac{6}{\log x + 5} = 1$

e) $\log_5 \sqrt{3x - 2} + \log_5 \sqrt{4x - 7} = \log_5 13$

9. Z využitím logaritmování řešte v R rovnici $x^{1+\log x} = 10^6$

10. Najděte číslo, které je třeba dosadit za A , aby vznikla platná rovnost.

$$1 + \log 0,001 = \log_2 4 - \log_3 A$$

11. Seřadte podle velikosti vzestupně číselné výrazy bez výpočtu jejich hodnot.

$$\log_{0,6} 0,1, \log_{0,6} 0,6, \log_{0,6} 1, \log_{0,6} 2, \log_{0,6} 10$$

12. Určete, pro které hodnoty parametru a je daná funkce rostoucí.

$$f: y = 3 \cdot \log_{\frac{2a}{a+1}} x$$

13. Určete, pro které hodnoty parametru a je daná funkce klesající.

$$g: y = 3 \cdot \log_{\frac{6}{a-5}} (x + 7)$$

14. Graf funkce $f: y = \log_{a+1}(x - 1) + 2$ prochází bodem $[4,1]$. Zapište předpis funkce.

15. Určete hodnotu výrazu $A = \left(\frac{\log_{0,5} 64}{\log_2 8} \right)^{\log_{0,1} 0,001}$.

16. Zjednodušte pro přípustné hodnoty: $\frac{5}{2} \cdot \log_2 \sqrt{x} + \frac{3}{4} \cdot \log_2 x^2 - 4 \cdot \log_2 \sqrt[4]{x}$

13. Logaritmické funkce a rovnice – výsledky

1. a) $(5 + +\infty)$ b) $(-2; +\infty)$ c) $(-3; 3)$ d) $(-\infty; 0)$
e) $(-\infty; -1)$ f) $(-1; 0)$

2. -----

3. a) $x = 3$ b) $x = -3$ c) $x = \frac{3}{2}$ d) $x = \log_5 \frac{1}{4}$ e) $x = 6$
f) $x = -2$ g) $x = \frac{2}{3}$ h) $x = -\frac{1}{2}$

4. a) $x = 8$ b) $x = 0,01$ c) $x = 4$ d) $x = \frac{1}{8}$

5. a) $x = 4$ b) $x = 3$ c) $x = \frac{1}{4}$ d) $x = 8$

6. a) 20 b) -1 c) 1

7. a) $\log x = \log 2 + \log a + \log b$ b) $\log x = \log a + \log b - \log c$
c) $\log x = 2 \log a + \log b + 3 \log c$ d) $\log x = 5 \log a + 2 \log b - 4 \log c$
e) $\log x = \log 2 + \log b + \frac{1}{2} \log a + \frac{1}{2} \log c$ f) $\log x = \log 2 + \log(a + b)$

8. a) $K = \{7\}$ b) $K = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ c) $K = \{10; 0,01\}$

- d) $K = \{1000; 0,01\}$ e) $K = \{5\}$

9. $K = \{100; 0,001\}$

10. $A = 81$

11. $\log_{0,6} 10 < \log_{0,6} 2 < \log_{0,6} 1 < \log_{0,6} 0,6 < \log_{0,6} 0,1$

12. $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

13. $K = (11; +\infty)$

14. $f: y = \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + 2$

15. $A = -8$

16. $\frac{7}{4}\log_2 x$