19. Vektorová algebra

1. Na ose y určete bod A tak, aby měl od bodu $B[-6;-5]$ vzdálenost $d = 10$.

2. Rozhodněte, zda vektor $\vec{w} = (7;-1;4)$ je lineární kombinací vektorů $\vec{u} = (1;3;-1), \vec{v} = (4;2;1)$.

3. Jsou dány body $A[2;-1;3]$, $B[1;1;1]$, $C[0;0;5]$. Dokažte, že body A, B, C jsou vrcholy trojúhelníku ABC a vypočtěte velikost jeho vnitřních úhlů.

4. Dokažte, že čtyřúhelník ABCD je rovnoběžník a určete, jaký, je-li dáno: $A[4;0]$, $B[1;7]$, $C[-6;4]$, $D[-3;-3]$.

5. Jsou dány vektory $\vec{a} = (3;2;5)$, $\vec{b} = (8;-1;10)$, $\vec{c} = (7;3;3)$. Určete souřadnice vektoru $\vec{x}$, pro který platí: $2(\vec{a} - \vec{x}) + 3(\vec{b} + \vec{x}) = 4(\vec{c} + \vec{x})$.

6. V trojúhelníku ABC je $\overrightarrow{AB} = (2;6;-4)$, $\overrightarrow{AC} = (4;2;-2)$. Vypočítejte souřadnice
   a) vektorů, které splývají s těžnicemi
   b) těžiště, je-li $A[0;0;0]$
   c) plochu ΔABC.

7. a) Rozhodněte, zda body $A[0;2;6]$, $B[2;-1;4]$, $C[1;-4;3]$ určují rovinu. Určete její normálový vektor.
   b) Najděte souřadnice bodu D tak, aby čtyřúhelník ABCD byl rovnoběžník.

8. Jsou dány vektory $\vec{a} = (2;.1;3)$, $\vec{b} = (1;-2;3)$, $\vec{c} = (3;2;-4)$. Určete souřadnice vektoru $\vec{x}$ tak, aby platilo: $\vec{a} \cdot \vec{x} = -2$, $\vec{b} \cdot \vec{x} = 3$, $\vec{c} \cdot \vec{x} = 8$.

9. Rozhodněte, zda body $A[1;1;1]$, $B[-5;-3;-2]$, $C[0;-3;0]$ leží v jedné přímce. Určete souřadnice bodu $D[?;2;3]$, aby ležely všechny čtyři body v jedné rovině.

10. Rozhodněte, zda daná trojice vektorů tvoří skupinu lineárně závislých, nebo lineárně nezávislých vektorů: $\vec{w_1} = (0;6;-2)$, $\vec{w_2} = (2;4;6)$, $\vec{w_3} = (-1;4;-5)$.

11. Je dán vektor $\vec{u} = (\sqrt{3},-1)$. Určete souřadnice vektoru $\vec{v}$, který svírá s vektorem $\vec{u}$ úhel 60° a jehož velikost je 4.

12. Je dán vektor $\vec{x} = (-1;2;3)$. Určete $p \in R$ tak, aby vektor $\vec{y} = (17;p;3)$ byl kolmý k vektoru $\vec{x}$.

13. Jsou dány vektory $\vec{u} = (2; 3; 4)$, $\vec{v} = (-2; m; 0)$. Určete hodnotu parametru $m \in R$ tak, aby platilo $|\vec{u} \times \vec{v}| = 4\sqrt{6}$.

14. Jsou dány body $S[3; 2]$, $M[5; 1]$. Určete bod M_1 tak, aby vektory $\overrightarrow{u_1} = M - S$ a $\overrightarrow{u_2} = M_1 - S$ měly stejnou velikost a byly navzájem kolmé.

15. Jsou dány body $A[-2; 4]$, $C[8; 5]$. Určete souřadnice bodů B, D tak, aby čtyřúhelník ABCD byl čtverec.

16. Jsou dány body $K[-2; 2]$, $L[6; 8]$. Na ose *x* určete bod X tak, aby trojúhelník KLX byl pravoúhlý s pravým úhlem u vrcholu X.

17. Na ose *y* určete bod Y tak, aby obsah trojúhelníku XYZ byl 10. Souřadnice bodů X, Z jsou $X[2; 1; 0]$, $Z[2; 2; 3]$.

18. Vypočítejte objem čtyřbokého jehlanu ABCDV, znáte-li souřadnice bodů $A[2; 3; 4]$, $B[-1; 4; -2]$, $D[0; 2; -5]$, $V[3; 2; 1]$.

19. Na ose *z* určete bod Z tak, aby objem čtyřstěnu ABCZ, kde $A[2; -3; 1]$, $B[1; 0; 3]$, $C[3; 1; -1]$ byl 14.

19. Vektorová algebra - výsledky

1. $A_1[0;3], A_2[0;-13]$

2. ANO

3. Neleží v jedné přímce.
   $\alpha = 90°, \beta = \gamma = 45°$

4. Rovnoběžník – čtverec.

5. $\vec{x} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{11}{3}; \frac{28}{3}\right)$

6. a) $\overrightarrow{t_a} = (3;4;-3), \overrightarrow{t_b} = (0;-5;3)$,
   $\overrightarrow{t_c} = (-3;1;0)$, b) $T\left[2;\frac{8}{3};-2\right]$
   c) $S = 2\sqrt{35}$

7. Určují. $\vec{n} = (-3;4;-9)$
   b) $D[-1;-1;5]$

8. $\vec{x} = \left(\frac{98}{41}; -\frac{101}{41}; -\frac{59}{41}\right)$

9. $d = \frac{45}{8}$

10. Lineárně závislé vektory.

11. $\overrightarrow{v_1} = (0;-4), \overrightarrow{v_2} = \left(2\sqrt{3};2\right)$

12. $p = 4$

13. $m \in \left\{-1; -\frac{1}{5}\right\}$

14. $M_1[4;4], M_1'[2;0]$

15. $D[2{,}5;9{,}5], B[3{,}5;-05]$

16. $X[2;0]$

17. $Y_1\left[0;1+\sqrt{40};0\right], Y_2\left[0;1-\sqrt{40};0\right]$

18. $5j^3$

19. $Z[0;0;-7]$