10. Mocninné funkce

1. Sestrojte grafy funkcí, určete jejich vlastnosti, průsečíky s osami souřadnic:
   a) $\boldsymbol{f}: y = x^2 - 2x - 2, x \in \langle -2; 2 \rangle$
   b) $\boldsymbol{g}: \ y = -2x^2 - 8x + 7, x \in (-6; 1\rangle$
   c) $\boldsymbol{h}: \ y = 0{,}5x^2 + x - 2$
   d) $\boldsymbol{i}: \ y = x^2 + 4|x|$

2. Sestrojte grafy funkcí, určete jejich vlastnosti, průsečíky s osami souřadnic:
   a) $\boldsymbol{j}: \ y = x^2 - x - 6$
   b) $\boldsymbol{k}: \ y = |x^2 - x - 6|$
   c) $\boldsymbol{l}: \ y = x^2 - |x| - 6$

3. Graf kvadratické funkce ***f*** nabývá těchto hodnot: $\boldsymbol{f}\,(1) = -2,\ \boldsymbol{f}\,(2) = 4, \boldsymbol{f}\,(3) = 4.$ Určete maximální funkční hodnotu, kterou funkce nabývá.

4. Pro funkci $\boldsymbol{m}: \ y = -2x + 3$
   a) určete $\boldsymbol{m}(0), \boldsymbol{m}(3), \boldsymbol{m}(-5), \boldsymbol{m}(18)$.
   b) určete, pro která ***x*** je $\boldsymbol{m}(x) \ = \ 1, \boldsymbol{m}(x) \ = \ -5$
   c) určete průsečíky grafu funkce ***m*** s osami x, y.
   d) načrtněte graf funkce ***m***

5. Sestrojte grafy funkcí, určete jejich vlastnosti:
   a) $\boldsymbol{n}: y = |x - 3|$
   b) $\boldsymbol{o}: \ y \ = |2x - 4| - |1 + x|$
   c) $\boldsymbol{p}: \ y = |x + 2| + 0{,}5|x - 1| - x$

6. Načrtněte grafy mocninných funkcí a zapište jejich vlastnosti.
   a) $y_1 = x^4, \ \ y_2 = x^4 + 1, \ \ y_3 = (x - 1)^4, \qquad y_4 = (x + 1)^4 - 2$
   b) $y_1 = x^3, \ \ y_2 = x^3 - 2, \ \ y_3 = (x + 2)^3, \qquad y_4 = (x - 2)^3 + 1$

7. Součet dvou celých čísel je roven 12. Druhé číslo se rovná druhé mocnině rozdílu prvního čísla a čísla 6. Určete graficky i početně dvojice těchto čísel.

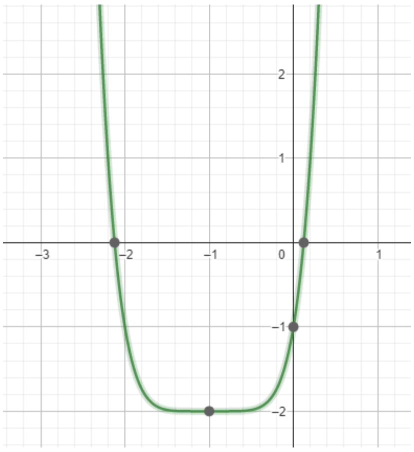
8. Užitím grafů mocninných funkcí rozhodněte o pravdivosti výroků daných nerovnicemi:
   a) $\left(-\frac{5}{3}\right)^8 < \left(\frac{7}{4}\right)^8$
   b) $0{,}7^3 < \left(-\frac{3}{4}\right)^3$
   c) $(-0{,}2)^{-5} > (0{,}3)^{-5}$
   d) $(-2{,}6)^{-2} > 1{,}7^{-2}$

9. Užitím grafů mocninných funkcí uspořádejte čísla podle velikosti (vzestupně):
   a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}; \left(\frac{7}{3}\right)^{-3}; \left(-\frac{5}{2}\right)^{-3}; \ (-1)^{-3}; \ 1^{-3}$

b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4; \left(-\frac{5}{3}\right)^4; \left(\frac{1}{4}\right)^4; \left(\frac{7}{2}\right)^4 (-1)^4$

10. Na obrázku je zobrazen graf funkce ***f***. Zapište jeho předpis. Určete jeho definiční obor a obor hodnot. Zapište jeho vlastnosti.

a) $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{m})^6 + \boldsymbol{n}$



m = n =

D(f) = H(f) =

Rostoucí v intervalu:

Klesající v intervalu:

Prostá: ANO/NE

Omezená shora: ANO/NE

Omezená zdola: ANO/NE

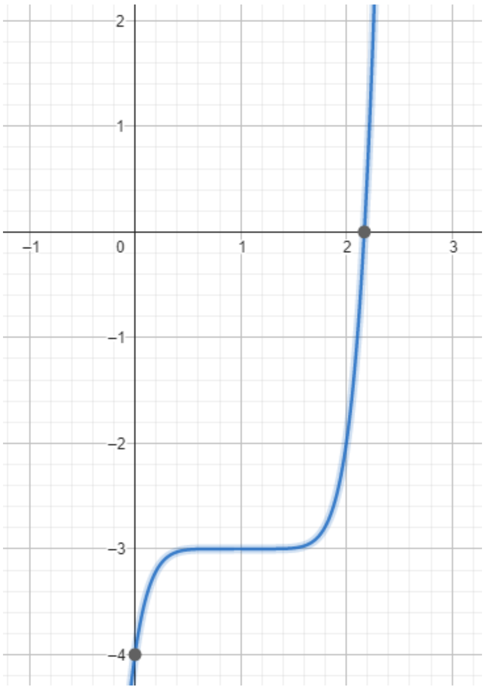
Omezená: ANO/NE

Maximum v bodě:

Minimum v bodě:

Sudá: ANO/NE

Lichá: ANO/NE



b) $\underline{\boldsymbol{f}: \boldsymbol{y} = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{m})^7 + \boldsymbol{n}}$

m = n =

D(f) = H(f) =

Rostoucí v intervalu:

Klesající v intervalu:

Prostá: ANO/NE

Omezená shora: ANO/NE

Omezená zdola: ANO/NE

Omezená: ANO/NE

Maximum v bodě:

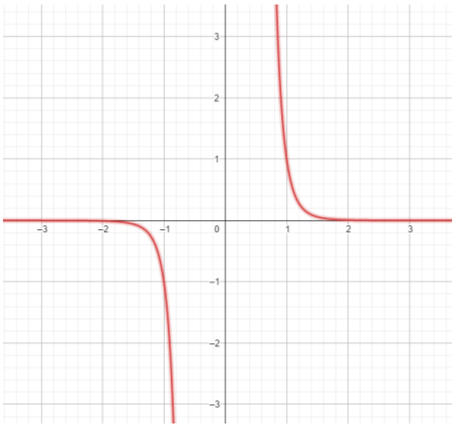
Minimum v bodě:

Sudá: ANO/NE

Lichá: ANO/NE

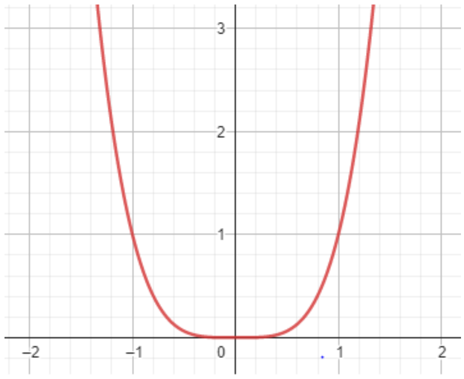
11. Na obrázcích jsou grafy funkcí $f\colon y = x^k$. Určete, zda je exponent sudé, nebo liché číslo a zda se jedná o funkci s přirozeným exponentem ($k \in \mathbb{N}$), nebo s celým záporným exponentem ($k \in \mathbb{Z}^-$).

a)



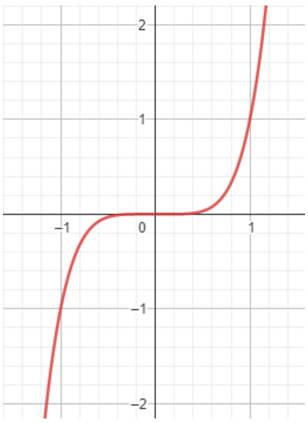
SUDÉ / LICHÉ $k \in \mathbb{N}$ / $k \in \mathbb{Z}^-$

b)



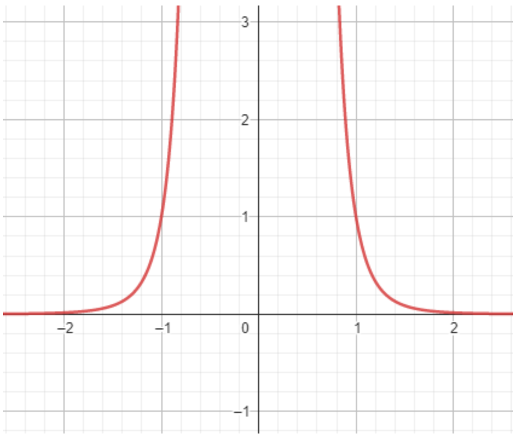
SUDÉ / LICHÉ $k \in \mathbb{N}$ / $k \in \mathbb{Z}^-$

c)



SUDÉ / LICHÉ $k \in \mathbb{N}$ / $k \in \mathbb{Z}^-$

d)



SUDÉ / LICHÉ $k \in \mathbb{N}$ / $k \in \mathbb{Z}^-$

10. Mocninné funkce - výsledky

1. a) $P_x[1-\sqrt{3},0], P_y[0,-2]$

   b) $P_{x_{1,2}}\left[\frac{-4\pm\sqrt{30}}{2},0\right], P_y[0,7]$

   c) $P_{x_{1,2}}[-1\pm\sqrt{5},0], P_y[0,-2]$

   d) $P_x[0,0], P_y[0,0]$

2. a) $P_{x_1}[-2,0], P_{x_2}[3,0], P_y[0,-6]$

   b) $P_{x_1}[-2,0], P_{x_2}[3,0], P_y[0,6]$

   c) $P_{x_1}[-3,0], P_{x_2}[3,0], P_y[0,-6]$

3. $y_{max} = 4{,}75$

4. a) $y = 3;\ y = -3;\ y = 13;\ y = -33$

   b) $x = 1; x = 4$

   c) $P_x[0;3];\ P_y\left[\frac{3}{2};0\right]$

   d) -----------

5. ------------------

6. ------------------

7. $X[8;4]; Y[3;9]$

8. a) ano; b) ne; c) ne; d) ne

9. a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} < (-1)^{-3} < \left(-\frac{5}{2}\right)^{-3} < \left(\frac{7}{3}\right)^{-3} < 1^{-3}$

   b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{4} < \left(-\frac{3}{4}\right)^{4} < (-1)^4 < \left(-\frac{5}{3}\right)^{4} < \left(\frac{7}{2}\right)^{4}$

10. a) $m = -1; n = -2;\ D_f = \mathbb{R};\ H_f = \langle -2;\ +\infty);\ rost.: \langle -1; +\infty);\quad kles.: (-\infty; -1)$

    prostá: NE; omezená shora: NE; omezená zdola: ANO; omezená: NE

    maximum: NEMÁ; minimum: x = 1; sudá: NE; lichá: NE

    b) a) $m = 1; n = -3;\ D_f = \mathbb{R};\ H_f = \mathbb{R};\ rost.: v\ D_f;\quad kles.: NENÍ$

    prostá: ANO; omezená shora: NE; omezená zdola: NE; omezená: NE maximum: NEMÁ; minimum: NEMÁ; sudá: NE; lichá: NE

11. a) lichá; $k \in \mathbb{Z}^-$

b) sudá; $k \in \mathbb{N}$

c) lichá; $k \in \mathbb{N}$

d) sudá; $k \in \mathbb{Z}^-$