24. Posloupnosti a řady

1. Je dána posloupnost $(c_n)_{n=1}^{\infty} = \frac{2n+1}{n}$.
   a) Určete prvních 10 členů posloupnosti, znázorněte je na grafu.
   b) Rozhodněte, zda je daná posloupnost konvergentní či divergentní, určete limitu této posloupnosti.
2. Dokažte, že daná posloupnost $\left\{\frac{3n-1}{n+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$ je rostoucí.

3. Určete a_1, q, a_6 geometrické posloupnosti, je-li $a_3 = 18$, $s_3 = 26$.

4. Určete a_1, d v aritmetické posloupnosti, je-li $a_2 + a_5 - a_3 = 10$, $a_1 + a_6 = 17$. Dále určete, kolik jejich členů dává součet 145.

5. V sedmičlenné geometrické posloupnosti je součet prvních tří členů roven 26 a posledních tří 2106. Určete posloupnost.

6. a) Konzervy jsou postaveny na sebe do 9 řad. Počty konzerv v řadách tvoří po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Ve 3. řadě shora jsou 4 konzervy, v 6. řadě shora je 7 konzerv. Určete počet konzerv ve všech řadách.
   b)Kolik konzerv je třeba dát do spodní řady, chceme-li 117 konzerv uspořádat do 9 řad tak, aby v každé následující řadě bylo vždy o 1 konzervu méně.

7. Z jednoho bodu ramene ostrého úhlu $\alpha = 60°$, který je od vrcholu vzdálen 4 cm, veďte kolmici na druhé rameno, pak opět zpět atd. Určete délku takto vzniklé čáry.

8. „Nekonečná“ spirála se skládá z polokružnic, poloměr první polokružnice je 6 cm, poloměr každé další polokružnice jet třikrát menší než poloměr polokružnice předcházející. Vypočítejte délku spirály.

9. Řešte v ***R*** rovnici: $(2^x)^2 - \frac{32}{3} = 2^x + 2^{x-2} + 2^{x-4} + \cdots$

10. Řešte v ***R*** rovnice:
    a) $x + 3x^2 + x^3 + 3x^4 + x^5 + 3x^6 + \cdots = \frac{5}{3}$
    b) $1 - \frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} - \frac{27}{x^3} + \cdots = \frac{8}{x+10}$
    c) $1 + \log x + (1 + \log x)^2 + (1 + \log x)^3 + \cdots = -6 \log x$

11. Vypočtěte: a) $A = \frac{1+2+3+\cdots+n}{n+\frac{n}{2}+\frac{n}{4}+\cdots}, n \in N$
    b) $B = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3} \ldots$

24. Posloupnosti a řady - výsledky

1. a) $3, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \frac{11}{5}, \frac{13}{6}, \ldots$

   b) konvergentní, $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n} = 2$

2. –

3. $q_1 = 3, q_2 = -\frac{3}{4}, a_{1_1} = 2, a_{6_1} = 486, a_{1_2} = 32, a_{6_2} = -\frac{243}{32}$

4. $d = 3, a_1 = 1, n = 10$

5. $\mathrm{q}_1 = 3,\ \mathrm{q}_2 = -3, \mathrm{a}_{1_1} = 2, \mathrm{a}_{1_2} = \frac{26}{7}$

6. a) 2, 3, 4 ..., 9, 10
   b) 17

7. $3\sqrt{3}$

8. $9\pi\ cm$

9. $x = 2$

10. a) $x \in \left\{-\frac{5}{7};\ \frac{1}{2}\right\}$
    b) $x \in \{-6;\ 4\}$
    c) $x \in \left\{\frac{\sqrt[3]{100}}{10}\right\}$

11. a) $\frac{(1+n)}{4}$
    b) 9