# 12. Exponenciální funkce a rovnice

1. Sestrojte grafy funkcí, určete definiční obor, obor hodnot, intervaly růstu a klesání…
   a) $y_1 = 2^x,\ \ y_2 = 2^{x+1},\ \ y_3 = 2^x - 1,\quad y_4 = 2^{x-2} + 3,\ \ y_5 = -2^x$
   b) $y_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^x,\qquad y_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4},\ y_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2,\qquad y_4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} - 1$

2. Určete všechny hodnoty reálného parametru ***p*** tak, aby daná funkce byla rostoucí: $y = \left(\frac{p+3}{p-1}\right)^x$

3. Určete všechny hodnoty reálného parametru ***q*** tak, aby daná funkce byla klesající: $y = (q^2 - 4)^x$.

   Řešte následující rovnice na množině ***R.***

4. $2^{2x+1} + 4^{x+1} + 16^{\frac{1}{2}} = 28$

5. $\frac{1}{3^4} \cdot (3^x)^{x+2} = \left(\sqrt{27}\right)^3 \cdot \frac{\sqrt{27^x}}{9}$

6. $6 \cdot 6^x + \frac{6}{6^x} = 13$

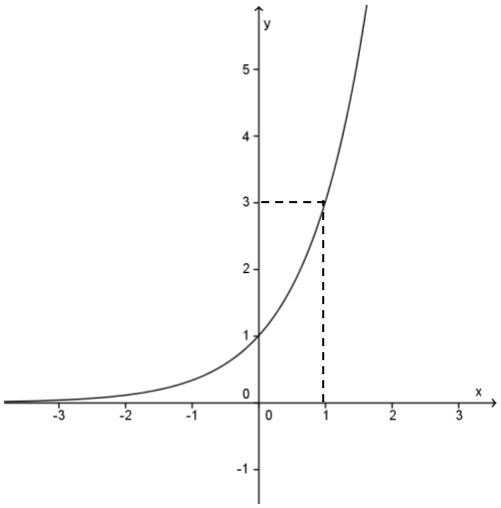
7. $\frac{3^{x+2} \cdot 2^x}{6^{7-x} \cdot 8^{x-4}} = \frac{1}{3} \cdot 9^{x-2}$

8. $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x+\sqrt{x^2-2}-1} = 6$

9. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$

10. $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{\log 4}{\log 8}$

11. Určete obor hodnot funkce $f: y = 1 - 2^x$ .
12. Určete, pro které hodnoty *a* je definována následující exponenciální funkce $g: y = \left(\frac{a+2}{2a-1}\right)^x$ .
13. Porovnejte daná čísla. Vycházejte z průběhu exponenciální funkce, nepočítejte hodnoty výrazů.
    a) $\left(\frac{9}{5}\right)^{-\frac{6}{7}}$ ☐ 1
    b) $\left(\frac{7}{5}\right)^{-0,5}$ je větší, nebo menší než 1.
    c) $\left(\frac{\sqrt{30}}{5}\right)^{0,9}$ ☐ 1
    d) $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{0,4}$ je větší, nebo menší než 1.
14. Na obrázku je graf exponenciální funkce $f: y = a^x$, kde *a* je kladné číslo. Graf prochází bodem $A[1; 3]$. Pro kterou hodnotu proměnné *x* platí $f(x) = \frac{1}{9}$ ?




15. Určete souřadnice průsečíku grafů daných exponenciálních funkcí $f$ a $g$. Následně určete souřadnice průsečíků těchto grafů se souřadnicovými osami $x$ a $y$.

$f: y = 3^{\frac{x}{2}+6} - 3, \quad g: y = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+4} - 3$

# 12. Exponenciální funkce a rovnice - výsledky

1. ----------

2. $p \in (1;\ +\infty)$

3. $q \in (-\sqrt{5};\ -2) \cup (2;\ \sqrt{5})$

4. $K = \{1\}$

5. $K = \left\{\frac{-1\pm\sqrt{105}}{4}\right\}$

6. $K = \left\{\log_6 \frac{3}{2};\ \log_6 \frac{2}{3}\right\}$

7. $K = \{5\}$

8. $K = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

9. $K = \left\{\frac{\log 31 - \log 13}{\log 3 - \log 5}\right\}$

10. $K = \{2\}$

11. $K = (-\infty; 1)$

12. $a \in \mathbb{R} \setminus \langle -2;\ \frac{1}{2}\rangle \setminus \{3\}$

13. $a)\ <\qquad b)\ <\qquad c)\ >\qquad d)\ <$

14. $a = 3; x = -2$

15. $f \cap g = [-4; 78];\qquad f: Py[0;\ 726]; Px[-10; 0];\qquad g: Py\left[0; -\frac{242}{81}\right]; Px\left[-\frac{5}{2}; 0\right]$