

## 7. Kombinatorika, pravděpodobnost

---

1. Ve třídě je 20 chlapců a 5 dívek. Kolik různých delegací složených ze dvou chlapců a dvou dívek je možno z nich vytvořit?
2. Ze sedmi mužů a čtyř žen vyberte šestičlennou skupinu, v níž jsou aspoň tři ženy. Kolik takových skupin existuje?
3. Zvětší-li se počet prvků o 4, zvýší se počet kombinací 2. třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků o 30. Určete původní počet prvků.
4. Zvětší-li se počet prvků o 5, zvětší se počet variací druhé třídy bez opakování vytvořených z těchto prvků o 1170. Určete původní počet prvků.
5. Ve skupině je 20 dětí, každé dvě děti mají jiné jméno. Je mezi nimi i Alena a Jana. Kolika způsoby lze vybrat 8 dětí tak, aby mezi vybranými
  - a) byla Alena
  - b) nebyla Alena
  - c) byla Alena a Jana
6. Ve skupině je 10 děvčat a 18 chlapců. Náhodně vybereme skupinu 3 studentů. S jakou pravděpodobností jsou ve vybrané skupině 2 děvčata a jeden chlapec?
7. V krabici je 40 výrobků, z nichž právě 6 je vadných. Náhodně vybereme 5 výrobků. S jakou pravděpodobností
  - a) budou mezi 5 vybranými výrobky právě tři vadné
  - b) budou mezi 5 vybranými výrobky alespoň dva vadné
  - c) bude mezi 5 vybranými výrobky nejvýše jeden vadný?
8. Ve třídě je 30 žáků. Právě pět z nich nemá domácí úkol. Učitel náhodně kontroluje 6 žáků. Vypočítejte pravděpodobnost, že nejvýše dva žáci, které učitel kontroluje, nemají domácí úkol.
9. Určete  $x \in \mathbb{R}$  tak, aby pátý člen binomického rozvoje  $\left(\frac{2}{x} - \sqrt{x}\right)^9$  byl roven 2016.
10. Který člen binomického rozvoje  $(y^2 + y^{-1})^9$  obsahuje  $y^3$ .
11. Vypočítejte desátý člen binomického rozvoje  $(2a + b)^{15}$ .
12. Ve sportovním družstvu je 10 chlapců, zbytek členů družstva tvoří děvčata. Určete, kolik je v družstvu děvčat, víte-li, že jednu osminu všech možných dvojic, které lze ze všech dětí vytvořit, tvoří dvojice sestavené jen z dívek.
13. Řešte v  $\mathbb{N}$  dané rovnice:

a)  $\binom{x}{2} + \binom{x+1}{2} = 25$

c)  $2 \cdot \binom{x+6}{x+4} - \binom{x+4}{x+2} = 4! + \binom{5}{2} \cdot x$

b)  $\binom{x-1}{x-3} - 2 \cdot \binom{x-2}{x-4} = 0$

d)  $\binom{x+1}{x+1} + \binom{5}{3} \cdot \binom{x+1}{x} - \binom{4}{3} \cdot \binom{x+1}{x-1} = 1$

14. Řešte v  $\mathbb{Z}$  nerovnici s neznámou  $n$ :

$$\frac{(n+5)!}{(n+3)!} - 13n \leq \frac{n!}{(n-1)!} + 44$$

15. V množině  $\mathbb{Z}$  řešte nerovnici s neznámou  $x$ :

$$2 \cdot (x-1) \geq \binom{x-1}{2} - 7$$

## 6. Kombinatorika, pravděpodobnost – výsledky

1. 1900

2. 161

3.  $x = 6$

4.  $n = 115$

5. a) 50 388  
b) 75 582  
c) 18 564

6. 0,247

7. a) 0,017  
b) 0,154  
c) 0,846

8. 0,959

9.  $x = \sqrt[3]{2}$

10.  $k = 6$

11.  $A_{10} = 320320a^6b^9$

12.  $n = 6$  (počet dívek)

13. a)  $K = \{5\}$   
b)  $K = \{5\}$   
c)  $K = \{0; 5\}$   
d)  $K = \{5\}$

14.  $K = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$

15.  $K = \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$